Ch-1

Introduction to Dynamics

โดย วิทูรย์ เห็มสุวรรณ
สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล ปีการศึกษา 2/2556

Outline

- **Mechanics**
  - *a. Definition*
  - *b. Newton's Laws*
  - *c. Units*
  - *d. Gravitation*
- **Mathematics**
  - *a. Review of Vectors*
  - *b. Accuracy and Approximation*
- **Problem Solving**
  - *a. Guidelines*

Mechanics: Definitions

Definitions

Mechanics (กลศาสตร์): เป็นวิชาแขนงหนึ่งของวิทยาศาสตร์กายภาพ ที่ศึกษาและพิจารณาสภาพของวัตถุ(bodies) เมื่อมีแรงกระทำส่งผลให้วัตถุเกิดการเคลื่อนที่หรือหยุดนิ่ง แบ่งเป็น 2 ส่วน คือ สถิตศาสตร์(Statics) และพลศาสตร์(Dynamics)

Statics (สถิตศาสตร์): ศึกษาสมดุลของวัตถุที่หยุดนิ่ง หรือเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่

Dynamics (พลศาสตร์): ศึกษาการเคลื่อนที่ของวัตถุภายใต้แรงกระทำ แบ่งออกเป็น 2 ส่วน คือ Kinematics และ Kinetics

1) Kinematics (จลนคณิตศาสตร์): ศึกษาสภาพและเส้นทางการเคลื่อนที่ของวัตถุ โดยไม่พิจารณาแรงกระทำ

2) Kinetics (จลนศาสตร์): ศึกษาสภาพและเส้นทางการเคลื่อนที่ของวัตถุ โดยพิจารณาแรงกระทำต่อวัตถุด้วย

Mechanics: Definitions (cont.)

Definitions: Type of Bodies

Particle (อนุภาค): วัตถุที่ถือได้ว่าไม่มีขนาด บางครั้งวัตถุที่มีขนาดอาจถือได้ว่าเป็นอนุภาคก็ได้ ทั้งนี้เพื่อสะดวกในการพิจารณาการเคลื่อนที่

Elastic Bodies (วัตถุยืดหยุน): วัตถุที่เปลี่ยนรูปไปตามแรงกระทำ และกับเข้าสู่สภาวะเริ่มต้น เมื่อเอาแรงกระทำออก (ขนาดไม่เกิน **Elastic Limit**)

Rigid Bodies (วัตถุแข็งเกร็ง): วัตถุที่ไม่มีการเปลี่ยนแปลงขนาดและรูปร่างเมื่อถูกแรงกระทำ (“วัตถุเชิงอุดมคติ”)

Fluid (ของไหล): สสารที่เปลี่ยนแปลงรูปร่างอย่าต่อเนื่อง เมื่อได้รับความเค้นเฉือน (**Shear Stress**) (“สสารที่ไม่สามารถต้านทานแรงเฉื่อนได้”)

Mechanics: Newton's Laws

Newton's Laws
4 ปริมาณพื้นฐานที่เกี่ยวข้องกับกฎของนิวตัน

Space (ขอบเขต): ขอบเขตทางเรขาคณิตที่มีเหตุการณ์ต่างเกิดขึ้น ใน 3 มิติ

Time (เวลา): การวัดความต่อเนื่องของเหตุการณ์ (วินาที)

Mass (มวล): การวัดเชิงปริมาณความเฉลื่อย (Inertia) ของวัตถุ หรือ คุณสมบัติการต้านทานต่อการเปลี่ยนแปลงการเคลื่อนที่ของวัตถุ

Force (แรง): เวกเตอร์ของการกระทำของวัตถุหนึ่งต่อวัตถุหนึ่ง และมีแนวโน้มทำให้วัตถุเปลี่ยนการเคลื่อนที่ไปตามทิศทางของแรงที่กระทำ

Mechanics: Newton's Laws (cont.)

Newton's Laws

Law I: วัตถุ/อนุภาค ยังคงหยุดนิ่งหรือเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ ถ้าไม่มีแรงไม่สมดุลมากระทำ ($\sum F = 0$)

Law II: ความเร่งวัตถุ/อนุภาค เป็นสัดส่วนโดยตรงกับแรงกระทำ และมีทิศทางเดียวกันกับทิศทางของแรงลัพธ์ ($\sum F = ma$)

Law III: แรงกิริยา (Action force) และแรงปฏิกิริยา (Reaction force) ระหว่างวัตถุสองชิ้นจะมีขนาดเท่ากัน แต่ทิศทางจะตรงกันข้าม

Mechanics: Units

Units

QUANTITY	DIMENSIONAL SYMBOL	SI UNITS		U.S. CUSTOMARY UNITS	
		UNIT	SYMBOL	UNIT	SYMBOL
Mass	M	kilogram	kg	slug	—
Length	L	Base meter*	m	Base foot	ft
Time	T	units second	s	units second	sec
Force	F	newton	N	pound	lb

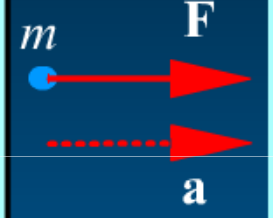
*Also spelled *metre*.

(SI)

$\mathbf{F} = m\mathbf{a}$

$1\ \text{N} = (1\ \text{kg})\ (1\ \text{m/s}^2)$

$1\ \text{N} = 1\ \text{kg} \cdot \text{m/s}^2$



(U.S.)

$\mathbf{F} = m\mathbf{a}$

$1\ \text{lb} = (1\ \text{slug})\ (1\ \text{ft/sec}^2)$

$1\ \text{slug} = (1\ \text{lb} \cdot \text{sec}^{2)}) / \text{ft}$

So:

* 1 N is the force which will accelerate 1 kg at 1 m/s^2
* 1 slug is the mass which a 1-lb force will accelerate at 1 ft/sec^2

Mechanics: Gravitation

Newton's law of gravitation

m_1, m_2 = the masses of the two particles

r = the center-to-center distance between the particles

The magnitude F of the mutual force of attraction is

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

where G is the universal gravitation constant.

$G = 6.673(10^{-11})\ \ m^3/(kg*s^2)$

Mechanics: Gravitation (cont.)

Special case: mass m on surface of Earth

From $F = G\dfrac{m_1 m_2}{r^2}$, we have

$$F = G\frac{m_e m}{R^2} = m\left(G\frac{m_e}{R^2}\right)$$

or $W = mg$

where W is the magnitude of the force of gravitational attraction (the weight of m) and $g = \dfrac{G m_e}{R^2}$ is the acceleration of gravity.

SI: $$g = \frac{6.673(10^{-11})\,5.976(10^{24})}{[6371(10^3)]^2} = 9.825\ \text{m/s}^2$$

Mechanics: Gravitation (cont.)

Special case: mass m on surface of Earth (cont.)

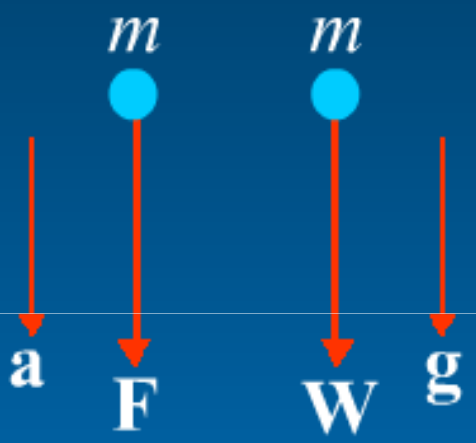
U.S.: $$g = \frac{3.439(10^{-8})\,4.095(10^{23})}{[3959\,(5280)]^2} = 32.23 \text{ ft/sec}^2$$

These are absolute values of g relative to a *nonrotating* Earth. The commonly values for analyses relative to the *rotating* Earth are:

$g = 9.81 \text{ m/s}^2$

$g = 32.2 \text{ ft/sec}^2$

} Standard value at sea level and a latitude of 45°



Note that $W = mg$ may be obtained from Newton's Second Law applied to a particle of mass m which is allowed to fall freely near the surface of the Earth.

Mechanics: Gravitation (cont.)

Special case: Effect of Altitude *h*.

$$g = g_0 \frac{R^2}{(R+h)^2}$$

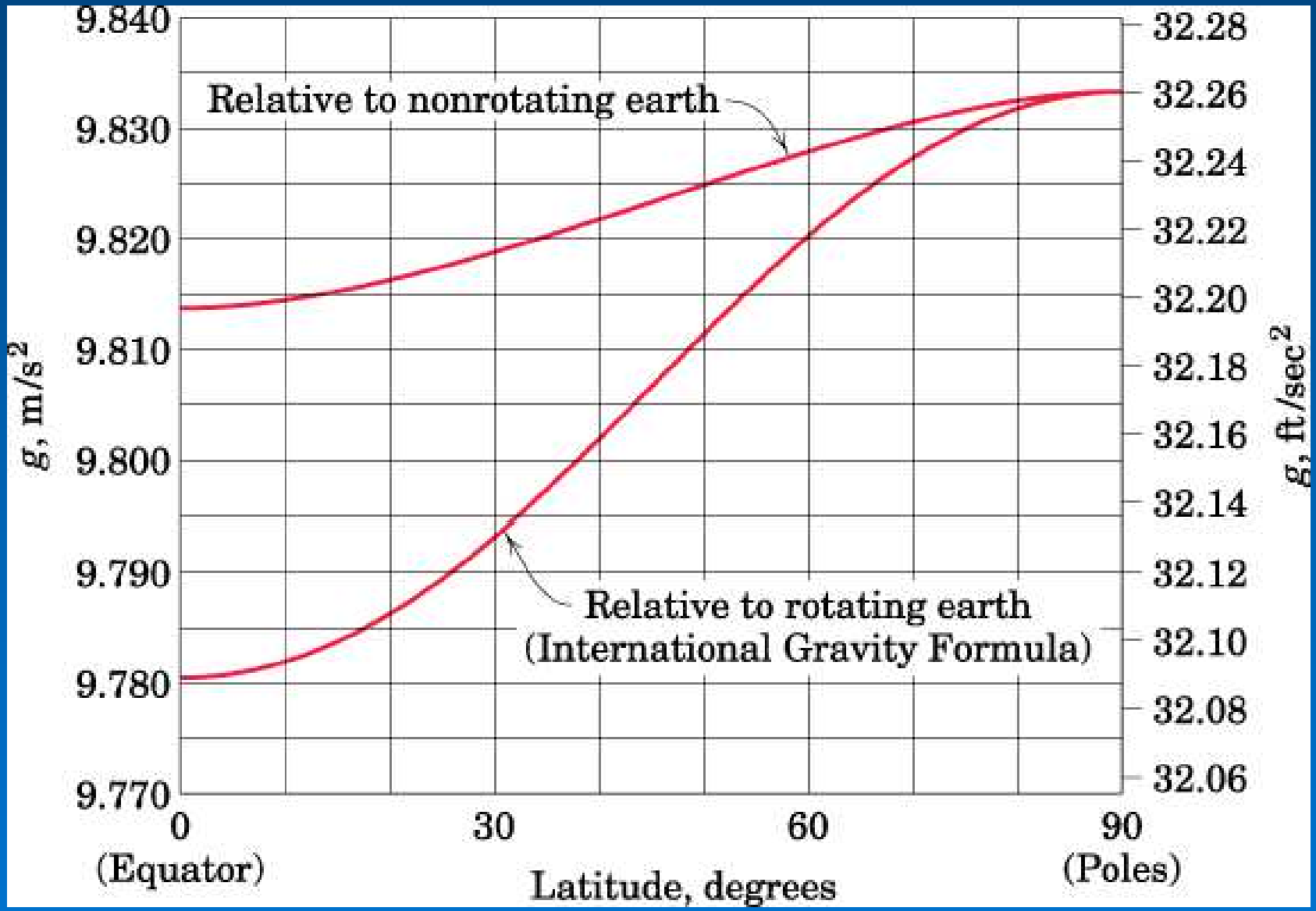
where g_o is absolute acceleration *nonrotating* earth at sea level as a function of latitude (degrees)

h is altitude above the surface of the earth.

R is the radius of the earth. ($R = 6.371(10^6)\ m$)

Mechanics: Gravitation (cont.)

Special case: Effect of a Rotating Earth *(Sea-level condition)*

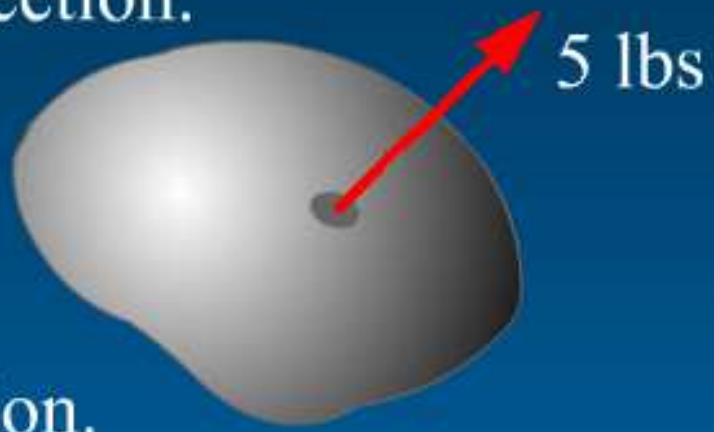


Mathematics: Review of Vectors

Review of Vectors

Scalar quantity: Magnitude only. Example: 5 lbs

Vector quantity: Magnitude and direction.
Example:



Three types of vectors:

free: Maybe moved to any location.

sliding: Maybe moved to any location along its line of action.

fixed: May not be moved.

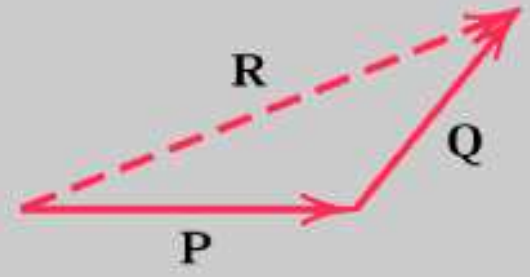
Notation: Bold will be used to denote a vector (**V**, **F**).
Lightface italics will be used to denote a scalar (*V*, *F*).

Mathematics: Review of Vectors (cont.)

Addition of Vectors **P** and **Q**

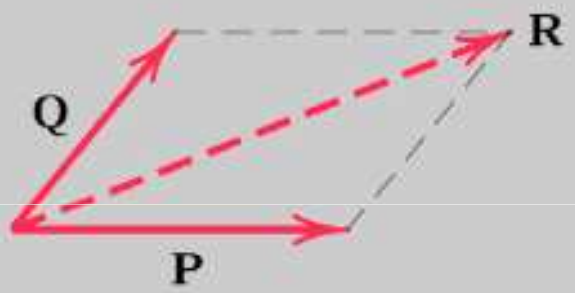
Triangle Rule

$$\mathbf{R} = \mathbf{P} + \mathbf{Q}$$



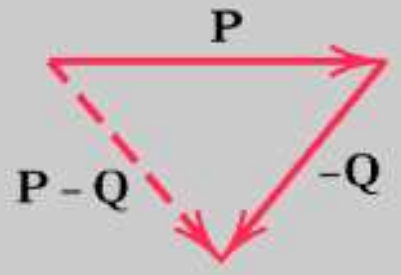
Parallelogram Rule

$$\mathbf{R} = \mathbf{P} + \mathbf{Q}$$



Substraction Rule

$$\mathbf{P} - \mathbf{Q} = \mathbf{P} + (-\mathbf{Q})$$



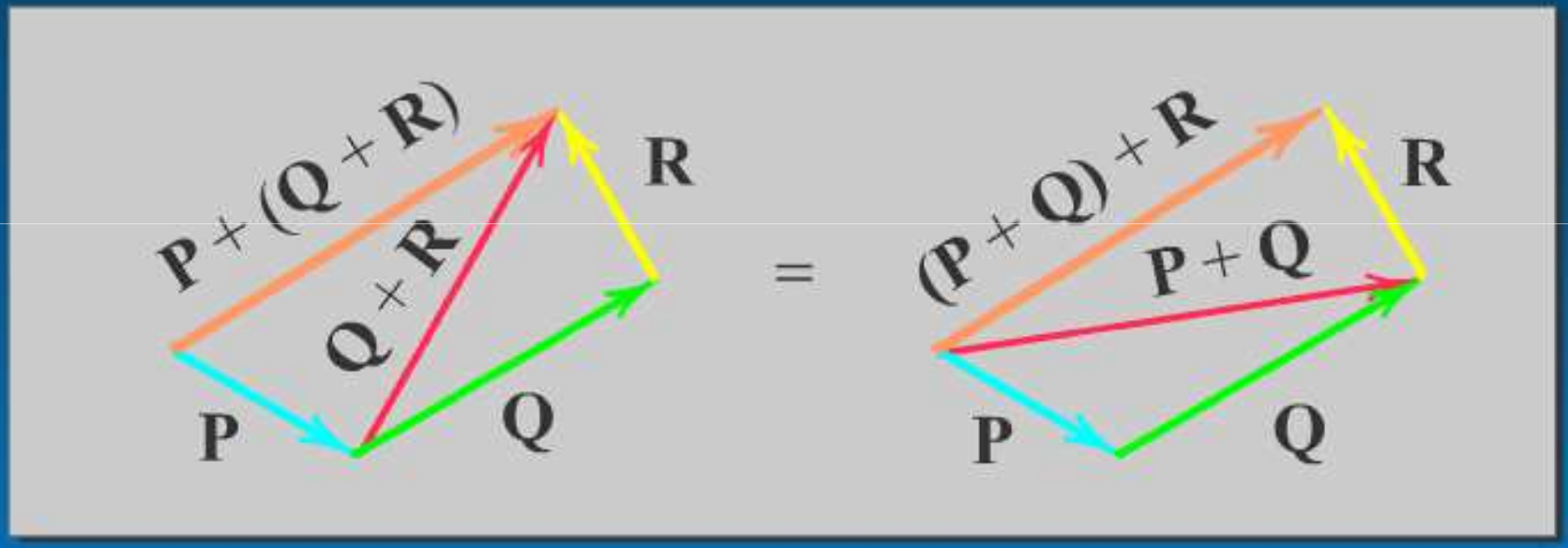
Mathematics: Review of Vectors (cont.)

Commutative Law

$$\mathbf{P} + \mathbf{Q} = \mathbf{Q} + \mathbf{P}$$

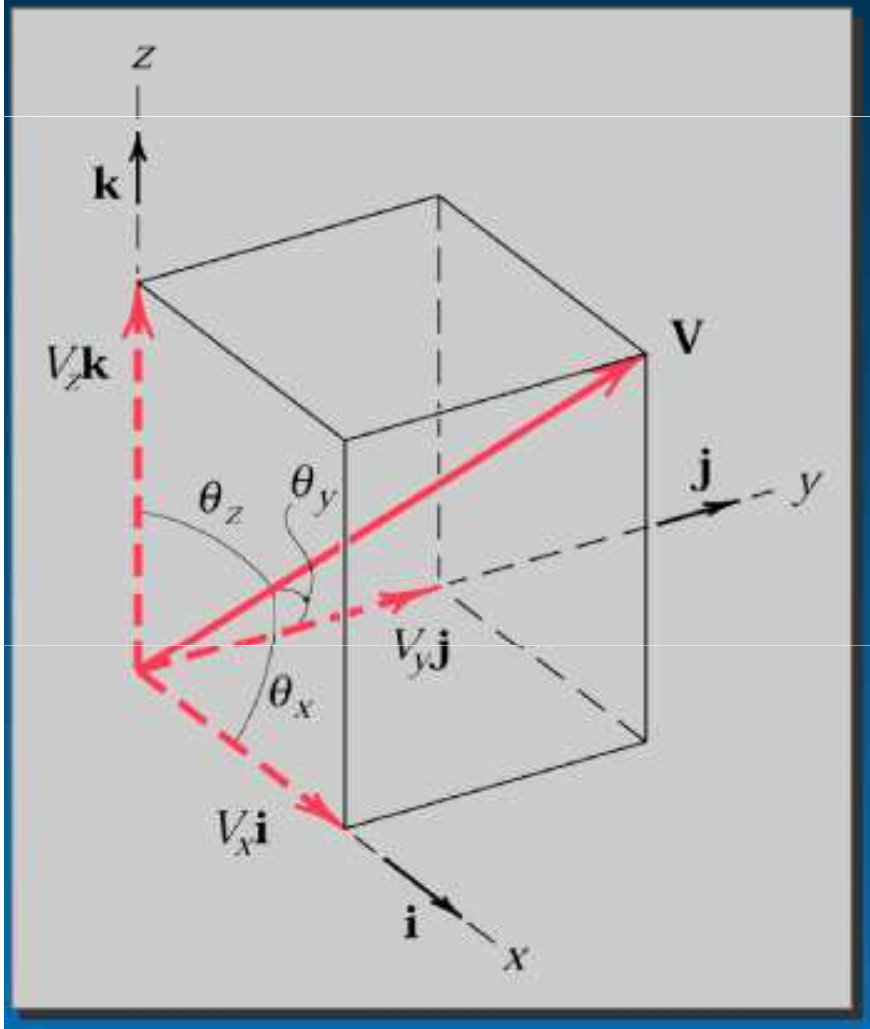
Associative Law

$$\mathbf{P} + (\mathbf{Q} + \mathbf{R}) = (\mathbf{P} + \mathbf{Q}) + \mathbf{R}$$



Mathematics: Review of Vectors (cont.)

Unit vectors **i**, **j**, **k**



$$\mathbf{V} = \mathbf{V}_x + \mathbf{V}_y + \mathbf{V}_z$$

$$= V_x\mathbf{i} + V_y\mathbf{j} + V_z\mathbf{k}$$

$$= V\cos\theta_x\mathbf{i} + V\cos\theta_y\mathbf{j} + V\cos\theta_z\mathbf{k}$$

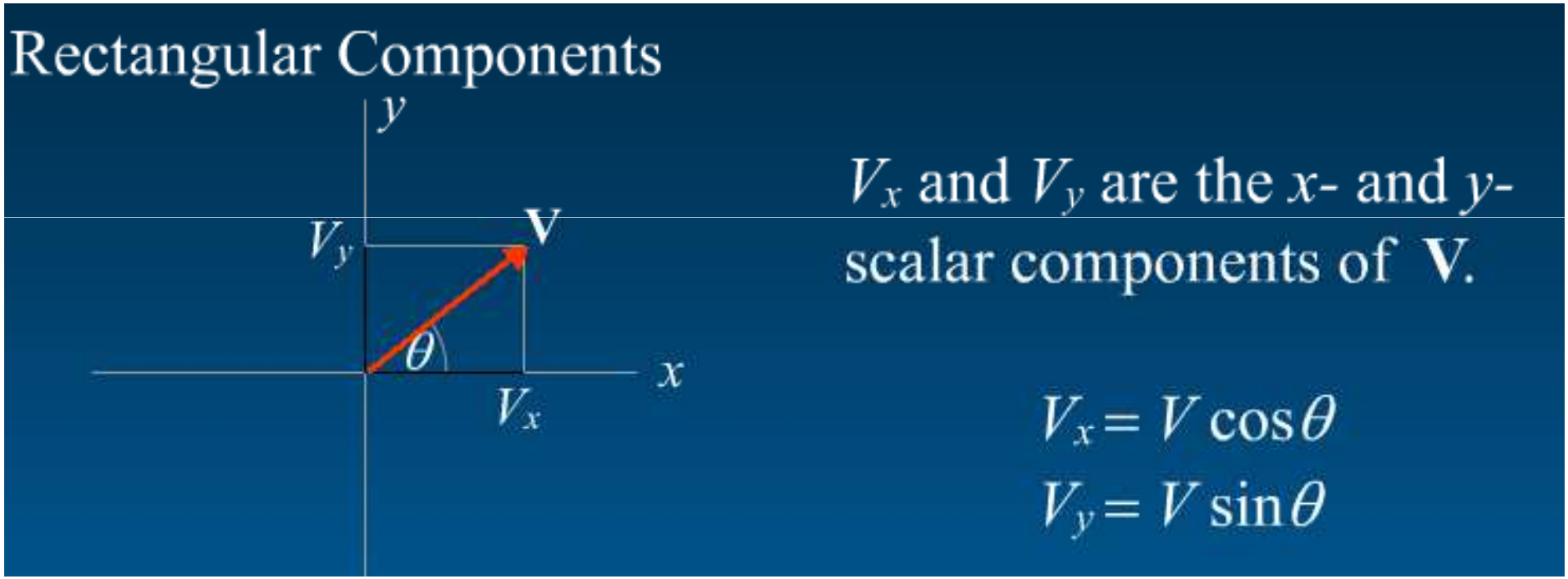
$$= V(\cos\theta_x\mathbf{i} + \cos\theta_y\mathbf{j} + \cos\theta_z\mathbf{k})$$

$$= V(l\mathbf{i} + m\mathbf{j} + n\mathbf{k})$$

$$l^2 + m^2 + n^2 = 1$$

l, m, n = direction cosines of **V**

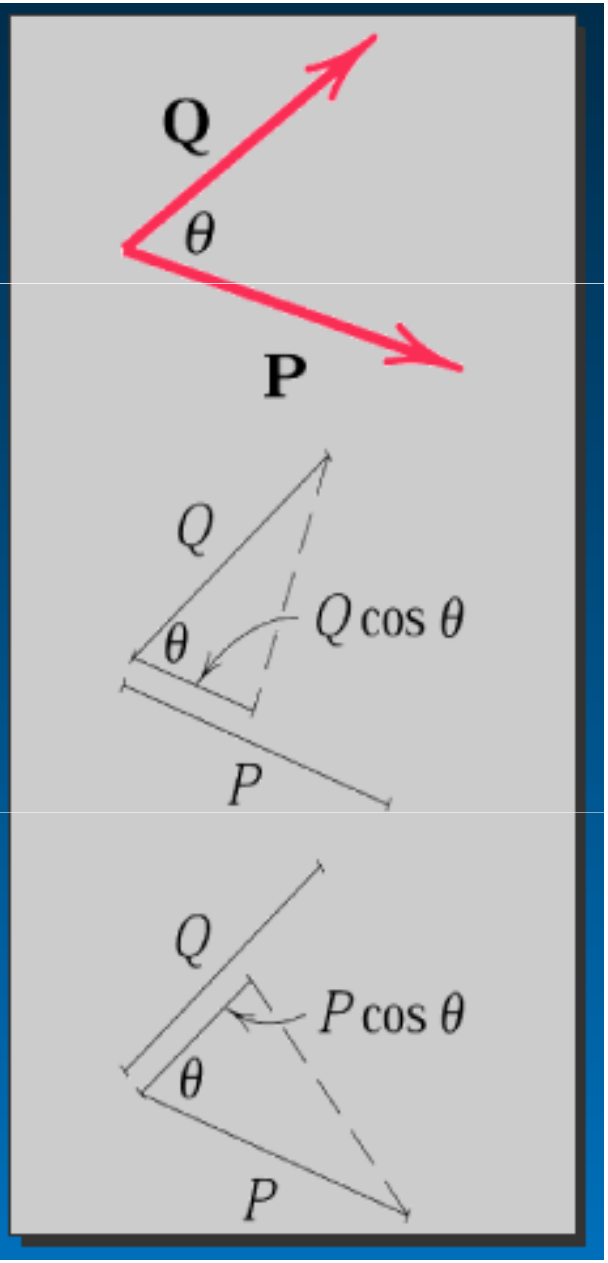
Mathematics: Review of Vectors (cont.)



Mathematics: Review of Vectors (cont.)

Dot or Scalar Product

$$\mathbf{P}\cdot\mathbf{Q} = PQ\cos\theta$$



May be regarded as

Magnitude of **P** times component $Q\cos\theta$ of **Q** in the direction of **P**.

or

Magnitude of **Q** times component $P\cos\theta$ of **P** in the direction of **Q**.

Mathematics: Review of Vectors (cont.)

From the dot product definition

$$\mathbf{i}\cdot\mathbf{i}=\mathbf{j}\cdot\mathbf{j}=\mathbf{k}\cdot\mathbf{k}=1$$

$$\mathbf{i}\cdot\mathbf{j}=\mathbf{j}\cdot\mathbf{i}=\mathbf{i}\cdot\mathbf{k}=\mathbf{j}\cdot\mathbf{k}=\mathbf{k}\cdot\mathbf{j}=0$$

$$\mathbf{P}\cdot\mathbf{Q}=(P_x\,\mathbf{i}+P_y\,\mathbf{j}+P_z\,\mathbf{k})\cdot(Q_x\,\mathbf{i}+Q_y\,\mathbf{j}+Q_z\,\mathbf{k})$$
$$=P_xQ_x+P_yQ_y+P_zQ_z$$

Mathematics: Review of Vectors (cont.)

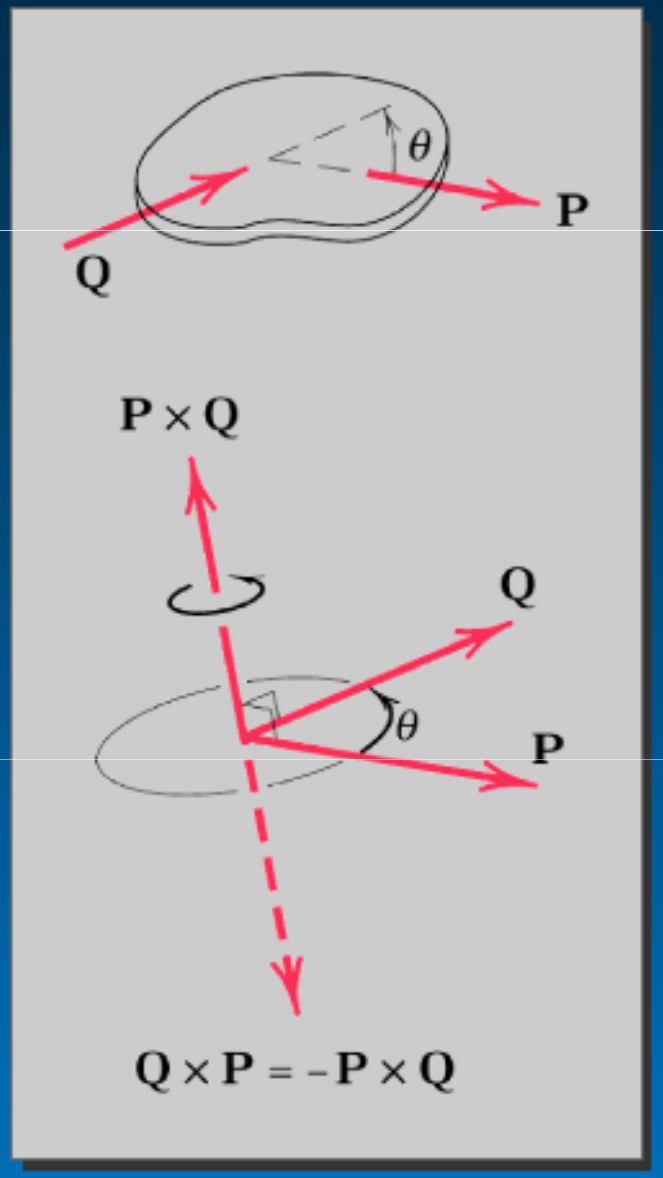
Cross or Vector Product

$$\mathbf{P} \times \mathbf{Q} = PQ \sin\theta \, \mathbf{e}_n$$

where $\mathbf{e}_n$ is a vector perpendicular to the plane formed by **P** and **Q** in the right-hand sense.

From the definition,

$$\mathbf{i} \times \mathbf{j} = \mathbf{k} \quad \mathbf{j} \times \mathbf{k} = \mathbf{i} \quad \mathbf{k} \times \mathbf{i} = \mathbf{j}$$
$$\mathbf{j} \times \mathbf{i} = -\mathbf{k} \quad \mathbf{k} \times \mathbf{j} = -\mathbf{i} \quad \mathbf{i} \times \mathbf{k} = -\mathbf{j}$$
$$\mathbf{i} \times \mathbf{i} = \mathbf{j} \times \mathbf{j} = \mathbf{k} \times \mathbf{k} = 0$$



Mathematics: Review of Vectors (cont.)

$$\mathbf{P}\times\mathbf{Q} = (P_x\mathbf{i} + P_y\mathbf{j} + P_z\mathbf{k})\times(Q_x\mathbf{i} + Q_y\mathbf{j} + Q_z\mathbf{k})$$
$$= (P_yQ_z - P_zQ_y)\mathbf{i} + (P_zQ_x - P_xQ_z)\mathbf{j} + (P_xQ_y - P_yQ_x)\mathbf{k}$$

This cross product may be evaluated from the determinant

$$\mathbf{P}\times\mathbf{Q} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ P_x & P_y & P_z \\ Q_x & Q_y & Q_z \end{vmatrix}$$

Mathematics: Accuracy and Approximation

Accuracy and Approximation

Answers in statics will be displayed to three significant figures (four if the number begins with a one).

Answer displayed on calculator	Answer displayed on paper
4.13459	4.13
4.13594	4.14
1.33333...	1.333 or (4/3)
0.96592	0.966
934.25	934
279,340	279,000

Be sure to store intermediate results in the calculator storage registry so as to avoid roundoff errors.

Mathematics: Accuracy and Approximation

Useful Approximation

$\sin\theta = \theta$
$\cos\theta = 1$
$\tan\theta = \theta$

for small θ in radians [< 0.2 radians, < 10 degrees]

θ (deg)	θ (rad)	$\cos\theta$	$\sin\theta$	$\tan\theta$
1	0.017453	0.999848	0.017452	0.017455
10	0.174533	0.984808	0.173648	0.176327
20	0.349066	0.939693	0.342020	0.363970

Note: Contrary to our usual rule, here we are displaying more than three significant figures so that differences may be observed.

Problem Solving : Guidelines